

Pourcentage, vitesse et échelle

1) Vitesse moyenne

La **vitesse moyenne** v d'un mobile sur une distance d et pendant une durée t est une **vitesse fictive** correspondant à la vitesse que pourrait mettre le mobile à parcourir d si v était parfaitement constante pendant toute la durée t .

À vitesse constante, **la distance parcourue est proportionnelle à la durée.**

À durée constante, **la distance est proportionnelle à la vitesse.**

À distance constante, **vitesse et durée sont inversement proportionnelles.**

$$v = \frac{d}{t} \quad t = \frac{d}{v} \quad d = v \times t$$

d représente la **distance parcourue**.

t est la **durée** du parcours.

v est la **vitesse moyenne** sur le parcours.

2) Pourcentages

La notion de **pourcentage** fournit un moyen simple d'exprimer une proportion, en choisissant un référent simple : le nombre 100.

Un pourcentage est une façon d'exprimer un nombre comme une fraction de cent, ce qui se traduit par 25 %, c'est-à-dire $\frac{25}{100}$ ou 0,25.

3) Échelle

On représente une **réalité physique** (voiture, terrain, etc.), par un **dessin** ou une **maquette** qui respecte les proportions de longueur et de distance d'objet original.

Longueurs et distances **réelles** sont donc **proportionnelles** aux longueurs et distances de la **représentation**.

Le coefficient de proportionnalité est appelé **échelle**.

Méthode – Vitesse

Trouver la vitesse moyenne, la distance ou la durée d'un parcours

- On peut utiliser les formules qui relient distance, vitesse et durée (voir encadré).
- On peut aussi faire un tableau de proportionnalité pour mettre en évidence les relations proportionnelles qui lient distance, vitesse et durée.

Méthode – Pourcentage

1) Appliquer un pourcentage

Prendre a % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{a}{100}$.

Ex : Pour calculer 20 % de 72, on multiplie 72 par $\frac{20}{100}$. Donc $72 \times \frac{20}{100} = 72 \times 0,20 = 14,4$.
20% de 72 est donc égal à 14,4.

2) Calculer un pourcentage

Le pourcentage de a par rapport à b est donné par le quotient $\frac{a}{b} \times 100$.

Ex : Pour calculer combien de % représentent 270 personnes par rapport à 750, on calcule :
 $\frac{270}{750} \times 100 = 36$ %. 270 personnes représentent donc 36 % de 750 personnes.

3) Retrouver une quantité à laquelle a été appliqué un pourcentage

Si b représente a % de la quantité q , alors la quantité q est définie par $\frac{b}{a/100}$.

Ex : 150 personnes représentent 20% de candidats. Combien de candidats y a-t-il au total ?
 q est le nombre total de candidats, b représente les 150 personnes et a représente les 20 %.
 $\frac{150}{20/100} = 750$. Le nombre total de candidats est donc 750.

4) Calculer le résultat d'une augmentation donnée en pourcentage

Augmenter un nombre de a % revient à le multiplier par $1 + \frac{a}{100}$.

Ex : Le prix d'une robe à 150 € augmente de 20 %. Combien coûte désormais cette robe ?
 $150 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 150 \times 1,2 = 180$. Après augmentation, la robe coûtera donc 180 €.

5) Calculer le résultat d'une diminution donnée en pourcentage

Diminuer un nombre de a % revient à le multiplier par $1 - \frac{a}{100}$.

6) Calculer une valeur initiale ayant subi une augmentation ou une diminution en pourcentage

Pour une augmentation de a % : $\boxed{\text{valeur initiale} = \text{valeur finale} \div \left(1 + \frac{a}{100}\right)}$.

Pour une diminution de a % : $\boxed{\text{valeur initiale} = \text{valeur finale} \div \left(1 - \frac{a}{100}\right)}$.

Ex : Une robe coûte 180 €, après une augmentation de 20 %. Quel était son prix initial ?

$180 \div \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 180 \div 1,2 = 150$. **Au départ, la robe coûtait donc 150 €.**

7) Calculer la valeur d'une augmentation ou d'une diminution en pourcentage

Pour une augmentation de a % : $\boxed{\frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}} = \left(1 + \frac{a}{100}\right)}$.

Pour une diminution de a % : $\boxed{\frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}} = \left(1 - \frac{a}{100}\right)}$.

Ex : 600 € placés en janvier ont permis d'obtenir 870 € en décembre.

De quel taux de placement a-t-il bénéficié ?

$\frac{870}{600} = 1,45 = \left(1 + \frac{45}{100}\right)$. **Le taux était donc de 45 %.**