La démonstration en géométrie plane

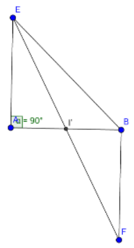
1) Définition de la démonstration

Une démonstration sert à **prouver un énoncé.** Dans une démonstration, toute affirmation doit être soit : une **donnée**, une **définition**, une **propriété**, la **conséquence d'une propriété** (dans ce cas, on utilise souvent des *théorèmes*).

Les démonstrations ne s'opèrent pas sur des cas précis mais sur des **objets « idéaux »**. Une fois le résultat démontré, il est considéré comme vrai.

2) Le « chaînage avant »

→ **On part des données en essayant d'en tirer des conséquences**. Pour cela, il faut utiliser des théorèmes de géométrie. Attention, avec cette seule stratégie, on bloque souvent.



Exemple : EAB est un triangle rectangle en A. I est le milieu de [AB] et F est un point tel que I est le milieu de [EF]. (AB) est-elle perpendiculaire à (BF) ?

Dans cet énoncé, I est le milieu de [AB] et de [EF] donc EAFB est un parallélogramme. On peut en conclure que EA=BF ; AF=EB et (EA)//(BF) ; (AF)//(EB).
On sait que EAB est un triangle rectangle donc on peut en conclure que (EA) et (AB) sont perpendiculaires.

3) Le « chaînage arrière »

→ **On part de la conclusion pour en tirer les propriétés de géométrie qui sont susceptibles de mener à cette conclusion**. Pour cela, il faut repérer les conditions d'utiliser de chaque propriété, et si la figure associée à la propriété est présente dans la figure réalisée.
→ **On démontre les conditions d'utilisation de la propriété choisie** en utilisant le chaînage arrière encore une fois ou en prenant appui sur le début du chaînage avant (mis en place au début de la recherche).

Exemple : EAB est un triangle rectangle en A. I est le milieu de [AB] et F est un point tel que I est le milieu de [EF]. (AB) est-elle perpendiculaire à (BF) ?

On liste les propriétés qui peuvent mener à une perpendicularité des droites :
– dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires (pas de losange ici)
– si la longueur de la médiane issue d'un sommet du triangle est égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le triangle est rectangle en ce sommet (pas de mesure donnée dans cet exercice)
– si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre (cela semble possible ici)
Il suffit donc de démontrer que (AE) // (BF) car nous savons déjà que (AB) ⊥ (EA). Il faut donc utiliser la propriété des côtés d'un parallélogramme pour rédiger la démonstration.

La **rédaction** d'une démonstration se fait en chaînage avant mais la recherche se fait en chaînage arrière. On doit toujours faire figurer la condition d'utilisation de la propriété et la conclusion.

4) Propriété et réciproque

De nombreuses propriétés sont énoncées sous la forme :

Si………………………………………….., alors…………………………………………….

↑ condition d'utilisation ↑ ↑ conclusion ↑

• Si l'on veut prouver qu'un énoncé de ce type est faux, il suffit de trouver un **contre-exemple** qui vérifie la condition mais ne vérifie par la conclusion.

• Pour obtenir la **réciproque** d'un énoncé de ce type, on **inverse simplement la conclusion et la condition** d'utilisation.
On dira que **deux phrases mathématiques sont équivalentes** quand les énoncés : « Si *phrase 1*, alors *phrase 2* » et sa réciproque « Si *phrase 2*, alors *phrase 1* » sont vrais.